

<b>TD 2</b> <b>Plans factoriels fractionnaires <math>2^{5-2}</math>.</b>
---

Nous allons nous intéresser à un plan factoriel  $2^5$  fractionné en quatre permettant d'étudier cinq facteurs en huit essais.

**Description de l'étude :**

Des chercheurs ont mis au point un nouveau procédé thermique de traitement du bois qui permet de diminuer sa sensibilité à l'humidité. Le procédé se réalise en deux étapes, une première étape de séchage puis une pyrolyse ménagée à faible température. De l'azote est injecté à la fin de la pyrolyse et pendant le refroidissement du bois.

On mesure deux réponses :

- la résistance à l'humidité, c'est à dire la variation d'un cube de bois de dimensions normalisées après immersion dans l'eau.
- la résistance mécanique du bois : par la mesure du module de rupture en flexion d'une éprouvette de bois.

Les facteurs étudiés sont au nombre de cinq, ce sont :

Facteur	Niveau -1	Niveau +1
Espèce du bois	Sapin	Pin
Temp de pyrolyse	225 °C	240 °C
Durée de pyrolyse	5 min	15 min
Temp de séchage	80 °C	120 °C
Injection d'azote	Avant pyrolyse	Après pyrolyse

Le modèle mathématique du premier degré associé est le suivant (32 coefficients):

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + a_4 X_4 + a_5 X_5 + a_{12} X_1 X_2 + a_{13} X_1 X_3 + a_{14} X_1 X_4 + a_{15} X_1 X_5 + a_{23} X_2 X_3 + a_{24} X_2 X_4 + a_{25} X_2 X_5 + a_{34} X_3 X_4 + a_{35} X_3 X_5 + a_{45} X_4 X_5 + a_{123} X_1 X_2 X_3 + a_{124} X_1 X_2 X_4 + a_{125} X_1 X_2 X_5 + a_{134} X_1 X_3 X_4 + a_{135} X_1 X_3 X_5 + a_{145} X_1 X_4 X_5 + a_{234} X_2 X_3 X_4 + a_{235} X_2 X_3 X_5 + a_{245} X_2 X_4 X_5 + a_{345} X_3 X_4 X_5 + a_{1234} X_1 X_2 X_3 X_4 + a_{1235} X_1 X_2 X_3 X_5 + a_{1245} X_1 X_2 X_4 X_5 + a_{1345} X_1 X_3 X_4 X_5 + a_{2345} X_2 X_3 X_4 X_5 + a_{12345} X_1 X_2 X_3 X_4 X_5 .$$

- a) **Combien de coefficients ne seront pas déterminés si on ne réalise que 8 essais ?**

Puisque l'on fractionne le plan complet en quatre :  $2^{5-2}$ , il nous faut deux générateurs d'Aliases indépendants.

Le facteur 4 est aliasé avec l'interaction 123

En notation de Box : **4 = 123**

Et le facteur 5 est aliasé avec l'interaction 13 :

**5 = 13**

- b) **Trouvez les deux générateurs d'alias  $I_1$  et  $I_2$ . Calculez la valeur du générateur dépendant, qui définit le groupe des générateurs d'alias (GGA). En notation de Box :  $I = I_1 = I_2$**
- c) **En utilisant cette relation d'équivalence, démontrez que la structure du contraste  $I_1$  est la suivante :  $I_1 = a_1 + a_{35} + a_{234} + a_{1245}$ . Calculez la structure pour le contraste  $I_2$ .**

Le calcul de la structure de tous les contrastes peut être un peu long, nous allons nous aider du logiciel JMP® pour construire le plan.

### **Construction du plan avec le logiciel.**

- Dans la fenêtre JMP starter, et dans l'onglet DOE, choisissez *Screening design*.
  - Rentrez 2 réponses et 5 facteurs comme ce qui suit :  
Add a response, puis il faut cliquer sur les noms ou les goals pour pouvoir les modifier :  
Réponse Retrait : *Minimize*, réponse Résistance : *Maximize*. Pour les facteurs : add 5 continous : gardez 1, 2, 3, 4, 5 pour les noms des facteurs. Puis cliquez sur Continue en bas.
  - Choisissez le plan fractionnaire qui correspond à votre cas. Puis cliquez sur Continue.
  - Dans *Change generating rules*, cochez pour le facteur 4 les cases des facteurs 1, 2, 3 et pour le facteur 5 uniquement les cases 1 et 3 (définition des générateurs d'alias). Puis Apply.
  - Dans *Coded Design*, choisissez pour Run Order : *Sort Left to Right* et 0 pour *center points and replicate*.
- d) **Allez dans *Aliasing of effects*, d'après vous quelle hypothèse de travail de la théorie des Alias a directement appliqué le logiciel ?**

Ouvrez le fichier Bois\_01.jmp qui correspond au plan que vous avez construit.

- Préparez le calcul du modèle dans *Analyse – Fit model* comme indiqué au TD 1. Choisissez la macro *Factorial Sorted*.
- Vous obtenez alors la fenêtre Least Squares Fit. Allez dans *singularity model*.

d) **Vérifiez la structure que vous avez trouvée pour le contraste  $I_2$ .**

### **Analyse des résultats / Réponse retrait**

- e) **Notez les valeurs trouvées pour les 8 contrastes calculés.**
- f) **Quels sont les contrastes les plus faibles (inf à 0.1) ?**
- g) **En appliquant les hypothèses d'interprétation n° 1 et n°2, quels facteurs pouvez vous considérer comme non influents et éliminer de la modélisation ?**

Refaites le calcul du modèle dans *Analyse – Fit model* en éliminant les deux facteurs éliminés.

## Analyse des résultats / Réponse résistance

- h) Notez les valeurs trouvées pour les 8 contrastes calculés.
- i) Pouvez vous éliminer des facteurs non influents ?

Dans ce dernier cas de figure, contrairement à la réponse Retrait, on ne peut pas simplifier les facteurs aliasés. On a perdu notre pari pour une réponse sur deux. Il faut refaire des essais pour pouvoir interpréter le plan pour la réponse Résistance.

### Choix du plan complémentaire pour la réponse Résistance :

On va chercher à déterminer l'influence des facteurs donc les coefficients non aliasés. Ceci va déterminer le choix des nouveaux essais.

Pour trouver les essais supplémentaires (8 essais), on modifie seulement le premier générateur d'aliasés  $I_1 = -123$  en notation de Box.

- j) Calculez le nouveau contraste  $I'_1$ , calculez  $(I'_1 + I_1)/2$  et  $(I_1 - I'_1)/2$ , commentez.

Vous allez rajouter les lignes des nouveaux essais dans le plan ; allez dans *View* du menu principal, onglet DOE, cliquez sur *Augment Design*, vous obtenez une fenêtre intitulée *Select the columns of factors*, sélectionnez les cinq facteurs. La même chose avec les deux réponses. Dans la nouvelle fenêtre cliquez dans *Fold over*. Soulignez le facteur 5 car c'est celui qui pose le plus de problème d'interprétation, puis OK. Vous obtenez le plan initial et le plan complémentaire regroupés en un seul plan. Rentez les valeurs de réponses des 8 nouveaux essais, pour cela ouvrez le fichier Bois\_02.jmp où sont rentrées les réponses correspondantes aux 8 nouveaux essais.

### Analyse des résultats : réponse Résistance :

- Faites le calcul du plan comme précédemment, Mais supprimez toutes les interactions d'ordre supérieure à deux dans la liste des facteurs (*Macro Factorial sorted*) en sélectionnant et avec le bouton *Remove*.
- Dans *Parameter Estimates*, vous pouvez constater qu'il n'y plus le terme *Biased* devant les coefficients des facteurs, mais encore devant certaines interactions, ce sont celles qui sont encore aliasées, comme indiqué dans *Singularity Details*.

- k) Quelles sont les deux contrastes d'interaction qui peuvent être négligés et celui qui ne peut pas l'être ?
- l) Pour savoir si on peut négliger l'interaction  $a_{23}$  par rapport à l'interaction  $a_{14}$  dans le contraste  $I_{14}$ , utilisez les hypothèses d'interprétation n°3 et n°4 (si deux contrastes ou deux coefficients sont forts on se méfiera de leur interaction et inversement).
- m) Donnez l'équation simplifiée de la réponse  $Y_{\text{résistance}}$  en fonction des facteurs et des interactions non négligeables.